

# **Uma análise do uso de redes neurais para a avaliação do risco de crédito de empresas**

João Bosco Amaral Júnior  
José Lamartine Távora Junior

<http://www.bndes.gov.br/bibliotecadigital>

# **Uma análise do uso de redes neurais para a avaliação do risco de crédito de empresas**

**João Bosco Amaral Júnior**  
**José Lamartine Távora Junior\***

## **Resumo**

Este trabalho busca analisar a capacidade da técnica conhecida como redes neurais para descrever o risco de crédito de quatro modalidades de crédito oferecidas a pessoas jurídicas, utilizando como determinantes variáveis macroeconômicas. A medição do risco baseia-se na Resolução do Banco Central do Brasil 2.682/99. Para servir de referência na tarefa de avaliar o desempenho das redes neurais, empregou-se um modelo de regressão linear múltipla. Com isso, foi realizado um estudo das principais informações e fontes de dados a respeito do método de redes neurais e do mercado de crédito. Com base na comparação dos resultados obtidos para as duas técnicas empregadas, verificou-se a superioridade das redes neurais frente ao modelo de regressão para descrever a trajetória da inadimplência no intervalo de tempo em questão.

---

\* Respectivamente, mestrando em Economia pela Pimes/UFPE e engenheiro do BNDES e professor do Pimes/UFPE. Este artigo é de exclusiva responsabilidade dos autores, não refletindo, necessariamente, a opinião do BNDES.

## **Abstract**

This study intended to analyse the ability of the technique known as neural networks to describe the credit risk of four forms of credit offered to companies using macroeconomic variables as determinants. The measurement is based on Resolution 2.682/99 of the Banco Central do Brasil – Brazilian Central Bank. To serve as a reference in the task of evaluating the performance of neural networks, a multiple linear regression model is applied. Therefore, a study of the main sources of information and data was conducted on the neural networks method and credit market. The conclusion was that this market presents peculiar characteristics and deserves special attention by the way has been developed in Brazil and worldwide. Therefore, from the comparison of results for the two techniques employed, it was verified the superiority of the neural networks face the regression model to describe the trajectory of the defaults in the period of time in question.

## Introdução

Uma das funções de um sistema financeiro é a canalização dos recursos dos agentes poupadores para quem tem carência dos mesmos. Se não houvesse um sistema organizado e bem estruturado para tal fim, é provável que essa tarefa tão importante fosse apenas minimamente realizada. Com isso, essa transferência de recursos possibilita que oportunidades de negócio e empreendimentos vantajosos se tornem realidade e façam a economia crescer.

Dentro desse panorama, o bom funcionamento do crédito é a chave para o crescimento e, com mais outras coisas, para o desenvolvimento da economia. Dessa forma, a ampliação do crédito e a transformação dessa atividade em algo interessante tanto para o financiador quanto para o tomador dependem de avaliação e de minimização dos riscos envolvidos.

A atitude de considerar os riscos numa operação é conhecida como política de gestão do risco de crédito. O objetivo primordial de uma política desse tipo é zelar pelo capital, investindo-o em oportunidades ao mesmo tempo lucrativas e que não extrapolem o nível de risco da instituição detentora dos recursos. Para auxiliar em tal política, existem os modelos de risco de crédito, como o que será apresentado neste trabalho.

A importância desse estudo reside em três fatores. Primeiro, na metodologia tradicional de previsão de risco de crédito; trabalhos que buscam explicar a inadimplência por intermédio de variáveis macroeconômicas foram pouco utilizados. Foi empregado um método de vanguarda, muito bem conceituado na literatura – *redes neurais* –, para a previsão de inadimplência. Analisou-se a adequabilidade da utilização dessa classe especial de sistemas adaptativos na modelagem dos saldos de inadimplência de créditos concedidos a empresas, em face de diferentes variáveis macroeconômicas.

Uma rede neural artificial (RNA) tem como principal inspiração o cérebro humano. Compõe-se de unidades de processamento interligadas, do mesmo modo que um neurônio, com vistas a identificar padrões, relações e trajetórias. Sua principal vantagem está no fato de poder fazer ajustes e aprender com os erros e falhas. Daí se origina sua semelhança com o funcionamento do cérebro humano – a capacidade de memorização e aprendizado.

## **Risco e mercado de crédito: uma introdução**

### **O que é crédito?**

Para Schirickel (1997), “crédito é todo ato de vontade ou disposição de alguém de destacar ou ceder, temporariamente, parte de seu patrimônio a um terceiro, com a expectativa de que esta parcela volte à sua posse integralmente após decorrido o tempo estipulado”.

Numa instituição financeira, crédito é sinônimo de confiança. A atividade bancária depende vitalmente desse sentimento, cuja manutenção envolve a contribuição de vários atores, como a instituição, seu conjunto de clientes, empregados e o público em geral.

Um banco, ao praticar aquela que seria sua função característica – a de intercambiar recursos de terceiros, gerir a captação de riquezas e poupanças –, ampara-se nos valores fundamentais da segurança e da confiança para a construção de um relacionamento forte e profícuo.

A avaliação de risco é uma tarefa extremamente importante para a análise e o julgamento do crédito. O risco está presente na atividade creditícia no momento em que a reputação de pelo menos um dos agentes envolvidos é objeto de desconfiança. Quando esse cenário se prolonga, o setor bancário e financeiro é comprometido e a economia pode sofrer sérios problemas de liquidez. Com isso, o risco de crédito

é extremamente relevante para o bom funcionamento das finanças de uma economia.

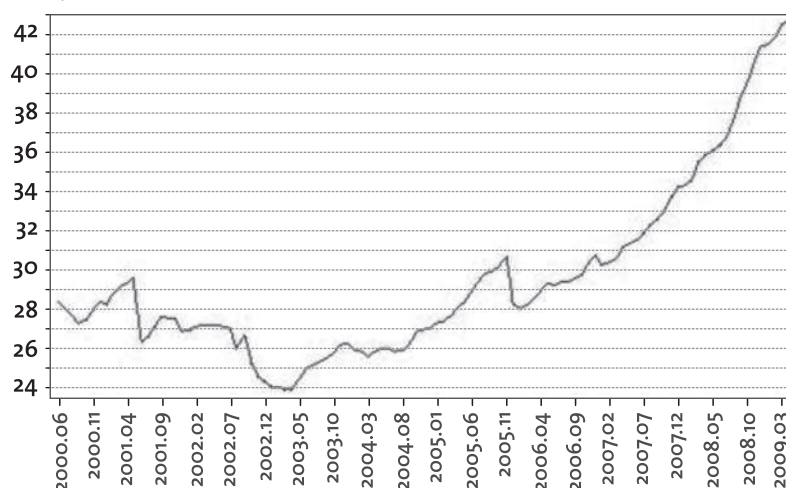
De acordo com Bessis (1998), o risco de crédito pode ser explicado pelas perdas ocasionadas por *default* (calote da dívida ou qualquer tipo de descumprimento das partes de um contrato) do tomador ou pelo desgaste da sua capacidade de honrar o crédito conquistado. Existem diversas hipóteses que podem caracterizar um evento de *default* de um tomador, como: atraso no pagamento de uma obrigação; descumprimento de uma cláusula contratual restritiva; início de um procedimento legal, como a concordata e a falência; e inadimplência de natureza econômica, que ocorre quando o valor econômico dos ativos da empresa reduz-se a um nível inferior ao das suas dívidas.

### **Mercado de crédito no Brasil**

Ao comparar alguns poucos dados, pode-se dizer que a oferta de crédito no Brasil é ainda muito escassa. É de conhecimento geral que a relação crédito/PIB mal ultrapassa os 40%. Em muitos países, essa razão ultrapassa a marca dos 100%. No caso brasileiro, mesmo o público leigo pode notar que os serviços financeiros são restritos e custosos demais. Para ilustrar essas considerações, a Figura 1 mostra a trajetória da relação entre crédito total e PIB para a economia brasileira nos últimos anos.

Várias são as causas apontadas para essa situação. Segundo Costa (2004), podem-se citar, por exemplo: incertezas vinculadas à conjuntura macroeconômica; presença de problemas institucionais e falhas de mercado (assimetria de informação e seleção adversa); altos índices de inadimplência; setor bancário exageradamente oligopolizado e com número reduzido de instituições de crédito; e preferências dos bancos por alocar seus recursos em títulos do governo – mais líquidos, de baixo risco e alta rentabilidade.

Figura 1  
Relação crédito/PIB



Fontes: Bacen e Ipeadata.

As dificuldades de acesso ao crédito fortalecem as desigualdades e estimulam um círculo vicioso. Como grande parcela da população não se utiliza dos serviços financeiros, que poderiam ajudar bastante na competitividade dos seus negócios, muitas oportunidades de ascensão social e redução da desigualdade são suprimidas. E essa exclusão do mundo financeiro é, intrinsecamente, um fator de perpetuação da marginalização. Logo, o resultado é uma armadilha da qual a saída está na ampliação dos serviços financeiros. Essas conclusões estão presentes em um estudo do Banco Mundial sobre a América Latina [World Bank (2003)].

Dos motivos citados para a baixa oferta de crédito, aquele que merece uma atenção especial é a falta de concorrência no segmento bancário. Embora os outros *responsáveis* também tenham sua parcela

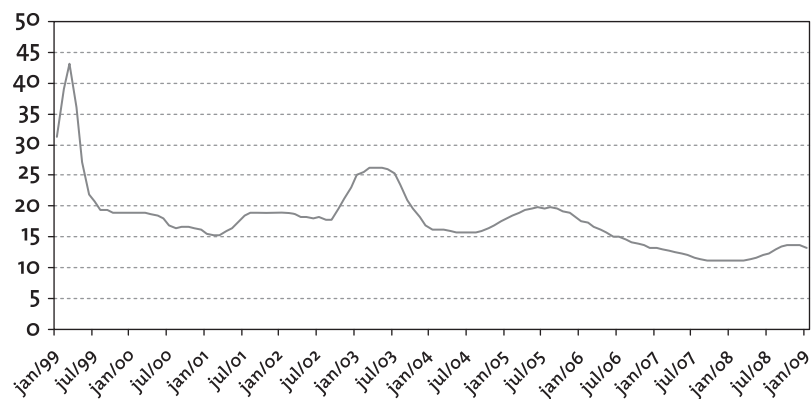
de culpa, é inegável a grande contribuição que a falta de competição nesse mercado traz para o agravamento da situação. De acordo com informação publicada em Ipea (2009), os 20 maiores bancos do Brasil concentram em torno de 86% do total de ativos negociados. Ainda no mesmo estudo, em 2007 o país possuía somente 156 instituições bancárias, enquanto os Estados Unidos contavam com 7.282. Portanto, torna-se uma tarefa bem complicada aspirar a uma oferta maior de empréstimos nessas circunstâncias.

Outro fator que merece comentários é a taxa de juros da economia, muito elevada na comparação com outros países. Porém, é forte a tendência de queda dos juros, conforme se observa na Figura 2, que ilustra a tendência de redução dos juros no passado recente (últimos 10 anos).

Vale mencionar ainda a declaração do Banco Central do Brasil (Bacen) em relação aos seus objetivos principais: “O Banco Central está consciente de que tem um papel ativo a exercer na busca

Figura 2

**Taxa de juros mensais da economia brasileira**



Fonte: Bacen.



incessante de dois objetivos fundamentais: a redução dos *spreads* bancários e a expansão da oferta de crédito” [Bacen (2003)].

Como em qualquer economia aberta, o mercado financeiro brasileiro desenvolveu-se velozmente nas últimas décadas, impulsionado pela entrada cada vez maior de capital e investidores, principalmente estrangeiros. Na esteira desses acontecimentos, um deles é marcante para a discussão travada aqui.

### **Acordos da Basileia**

Os acontecimentos dos últimos dois decênios do século XX suscitaram um debate sobre a questão dos riscos financeiros. De certa forma, isso não foi surpreendente. Na esteira do rápido avanço das tecnologias de informação e de processamento de dados, sabendo-se dos processos de integração e desregulamentação de importantes centros financeiros, assistiu-se ao surgimento de uma ampla gama de novos produtos negociáveis em bolsa, a um enorme salto no volume de capital negociado e ao deslocamento dos bancos para atividades não tradicionais, multiplicando tanto as oportunidades de ganho quanto as possibilidades de perdas para agentes econômicos operando sobre uma base verdadeiramente global.

O aumento da instabilidade financeira durante as décadas de 1980 e 1990 nos países desenvolvidos, principalmente depois do *crash* ocorrido na Bolsa de Nova York em outubro de 1987, trouxe à agenda dos governos um movimento por austeridade dos marcos regulatórios vigentes. Em 15 de julho de 1988, os bancos centrais do chamado G-10, mais Luxemburgo e Suíça, assinaram o documento conhecido como Acordo da Basileia, o qual se prestava a estabelecer padrões mínimos de capital aplicáveis ao setor bancário de cada um dos países membros. A principal diretriz desse acordo estabelecia que as exigências de

capital próprio dos bancos deveriam corresponder a pelo menos 8% do total dos ativos do banco ponderados por seus respectivos riscos.

O Brasil aderiu ao Acordo da Basileia somente em agosto de 1994, com a Resolução 2.099 do Bacen. Esse fato estabeleceu a nova sistemática de cálculo do patrimônio líquido exigível (PLE) dos bancos em função do risco dos ativos, conforme recomendado pelo Acordo da Basileia.

No ano de 2004, foi celebrado o novo acordo de capital da Basileia (Basileia II) em substituição ao seu antecessor. Os signatários foram os mesmos, assim como sua orientação. Esse novo acordo baseou-se em três pilares. O primeiro deles foi o alargamento da margem de capital retida pelos bancos, ao introduzir um arcabouço avançado e mais sensível ao cálculo do risco, com destaque para a introdução do conceito de risco operacional – risco proveniente de possíveis falhas humanas no processo de realização das operações ou ameaças externas, como invasões do sistema operacional por *hackers*. O segundo pilar diz respeito ao processo de supervisão do capital dos bancos e, por fim, o terceiro visa impor normas mais contundentes para que as instituições disponibilizem mais informações acerca dos seus procedimentos e metodologias (maior transparência dos processos de gestão e decisões de investimento).

Com a eclosão da crise econômica no fim de 2008 e início de 2009 em todo o mundo, muitos estudiosos, banqueiros e autoridades reguladoras se questionaram acerca das normas estabelecidas nos Acordos de Basileia – os maiores níveis de capital próprio das instituições frente aos ativos, transparência e controle interno mais agudo das operações etc. Isso se deve ao fato de que as causas que levaram à retração da atividade econômica deveriam ter sido contidas pelas propostas do acordo, uma vez que a razão de sua existência era justamente reduzir os perigos de uma crise sistêmica oriunda do setor bancário [Tett (2009)].

## Resolução Bacen/CMN 2.682

O Bacen estabeleceu, por meio da Resolução 2.682 de 21 de dezembro de 1999, que as instituições financeiras passassem a discriminar as operações de crédito conforme o risco incorrido. Anteriormente, além da carência de classificação das operações por nível de risco, as reservas mantidas obedeciam somente a critérios relativos ao tempo de atraso de pagamento e ao tipo de garantia vinculada à operação. Com a nova medida, as concessões de crédito devem ser ranqueadas e provisionadas a devedores duvidosos, dependendo do nível de risco em relação ao devedor, a seus garantidores e em relação ao tipo de operação. Dessa feita, a qualidade do crédito passa a ser analisada de maneira pró-ativa e não mais reativa. Na Tabela 1, são apresentados os níveis de risco que servirão para classificar as operações de crédito.

Tabela 1  
Níveis de risco

Níveis	Risco
I	AA
II	A
III	B
IV	C
V	D
VI	E
VII	F
VIII	G
IX	H

Fonte: Resolução Bacen 2.682.

A classificação do empréstimo quanto ao nível de risco correspondente é uma tarefa da instituição detentora do crédito e deve ser efetuada de acordo com critérios consistentes e verificáveis, amparada por informações internas e externas.

A provisão para créditos de solvência duvidosa, efetuados a cada mês, após reclassificação, prevendo os níveis de riscos mencionados, deve seguir os parâmetros descritos na Tabela 2.

Tabela 2  
Provisão para créditos de liquidação duvidosa

Nível de risco	Percentual da operação a ser provisionado (%)
A	0,50
B	1,00
C	3,00
D	10
E	30
F	50
G	70
H	100

Fonte: Resolução Bacen 2.682.

Realizada a exposição da Resolução 2.682, a conclusão imediata a que se chega é que as avaliações de riscos nas carteiras dos bancos são de enorme importância, pois os riscos assumidos deverão nortear a avaliação das instituições financeiras no Brasil.

## Referencial teórico

Como o objetivo do estudo compreende a verificação da utilização das redes neurais como modelo de risco de crédito, nesta seção discute-se o que vem a ser o referido modelo e como ele tem sido apresentado, além de se fazer uma síntese dos principais pontos com relação às redes neurais.

## Modelos de risco de crédito

Segundo Neto e Brito (2005), os modelos de risco de crédito são classificados em três grupos: modelos de classificação de risco, modelos estocásticos de risco de crédito e modelos de risco de portfólio.

Os modelos de classificação de risco são aqueles que procuram quantificar o risco de um tomador ou em uma operação e atribuem nota ao devedor ou ao empréstimo efetuado. Essa nota, ou *grade*, é geralmente veiculada na forma de uma classificação de risco (*rating*) ou pontuação (*escore*).

Os modelos estocásticos de risco de crédito são utilizados para determinar o comportamento estocástico do risco de crédito ou das variáveis inseridas no seu cálculo. São mais empregados pelas instituições financeiras principalmente para *precificar* títulos e derivativos de crédito.

Os modelos de risco de portfólio têm a função de estimar a distribuição de probabilidades das perdas ou do valor de uma carteira de crédito e, assim, produzir estimativas do risco presente. Esses modelos são muito visados em virtude da sua capacidade de fazer uma análise global do risco de crédito em um portfólio, permitindo, por exemplo, escolher opções de diversificação de ativos que levem ao menor nível de risco.

Na literatura sobre risco de crédito, é bastante comum encontrar modelos cuja abordagem está focada no aspecto microeconômico. Isto é, para ter uma boa chance de prever um evento de *default*, é necessário levantar dados e pesquisar sobre a saúde financeira do postulante ao empréstimo. Isso é observável pela grande utilização de variáveis do tipo índices econômico-financeiros, obtidos com base nas demonstrações contábeis. Índices são relações entre contas ou grupos de contas das demonstrações contábeis, cuja finalidade é evidenciar determinados aspectos da situação econômica e financeira da empresa.

Essa tendência não é infundada. Pelo contrário, tem uma lógica. Como o tomador irá pagar o empréstimo por meio das suas receitas e fontes geradoras de recursos, um olhar mais atento e científico sobre a evolução da sua situação financeira pode indicar quais serão as possibilidades futuras de ocorrer ou não um calote. Assim, é plenamente justificável essa forma de abordagem, e na literatura destacam-se trabalhos com esse escopo, como Kanitz (1976) e Matias (1978).

Entretanto, essa tendência vem sendo revertida pelo aparecimento de cada vez mais estudos destinados a explicar o risco de crédito pela *ótica* macroeconômica, dando ênfase ao que Chu (2001) chamou de fatores macroeconômicos (em contraposição aos fatores microeconômicos ou idiossincráticos das análises anteriores). São exemplos desses estudos o próprio Chu, Souza e Feijó (2007) e Linardi (2008).

## O que é uma rede neural artificial?

A área de finanças tem evoluído bastante no que tange aos métodos de análise empregados. Muitos centros de pesquisa, muitas instituições financeiras e grandes investidores estão investindo pesadamente na elaboração de modelos mais sofisticados e com maior poder de previsão. Esse ferramental auxilia os especialistas, dando suporte a decisões, e gozam de relativo prestígio há algum tempo.

Dada a sua flexibilidade e simplicidade e por terem demonstrado sucesso em grande variedade de aplicações empíricas [White (1992) e Kuan e White (1994)], as redes neurais artificiais têm se tornado um foco de considerável atenção como ferramenta para o estudo de variáveis econômicas e, em particular, variáveis financeiras.

As redes neurais artificiais (RNAs) caracterizam uma das mais avançadas técnicas de apoio à decisão. Fundamentam-se em simulações matemáticas semelhantes à lógica do raciocínio humano.

Dessa forma, as RNAs são obtidas pela modelagem das variáveis relevantes em uma determinada análise.

Uma rede neural artificial nada mais é que um modelo matemático cuja grande inspiração é o cérebro humano.

O cérebro humano tem uma quantidade imensa de unidades de processamento altamente ligadas umas às outras: os neurônios. O neurônio é uma célula um tanto diferente das outras existentes no corpo humano, que, entre outras coisas, tem a capacidade de transmissão de impulsos nervosos a outros neurônios e células musculares.

Para Osório (1999), as RNAs prestam-se a uma série de finalidades, tais como reconhecimento de padrões (reconhecimento de faces humanas), classificação (reconhecimento de caracteres – OCR), transformação de dados (compressão de informações), previsão (previsão de séries temporais, como as cotações da bolsa de valores ou uso para o diagnóstico médico), controle de processos e aproximação de funções (aplicações na área da robótica e estimativas de funções).

### Neurônios artificiais

As unidades básicas de processamento do modelo de RNA são conhecidas por neurônios artificiais. Cada neurônio artificial apresenta um estado interno chamado de estado de ativação. Ao receber um estímulo de entrada, o neurônio pode propagá-lo através de conexões sinápticas ou pesos sinápticos, dependendo do resultado da função de ativação. Esta significa a regra utilizada para ativação do neurônio e passagem do estímulo.

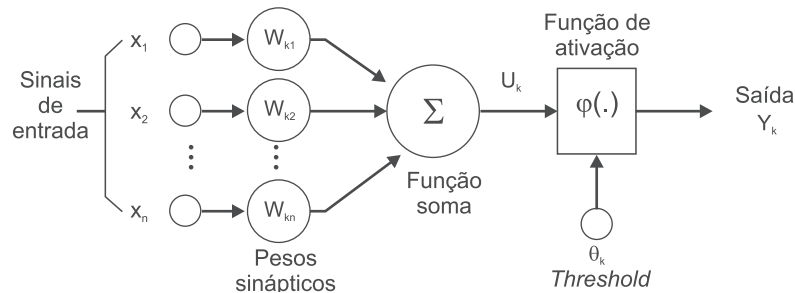
Os neurônios artificiais podem ser classificados em vários modelos. Diferenciam-se, especialmente, no tocante ao tipo de entrada (binária ou contínua), ao tipo de saída e à função de ativação.

Portanto, em um neurônio artificial, visualizam-se três partes de mais importância, como pode ser visto na Figura 3:

1. um conjunto de sinapses representado pelos pesos  $W_{kj}$ . O primeiro subscrito indica o neurônio (k) e o segundo, a sinapse (j);
2. uma função soma ou somador que realiza a operação que lhe empresta o nome para todos os sinais de entrada ponderados pelos  $W_{kj}$ ; e
3. uma função de ativação ou transferência para decidir acerca da transmissão do sinal (impulso ou mensagem).

Figura 3

**Modelo não linear de um neurônio artificial**



Fonte: Haykin (1994).

O elemento *threshold* – ou bias, ou, ainda, valor limite de excitação – tem uma função importante de servir como parâmetro de ajuste das saídas da função soma (algumas vezes, esse elemento é desprezado). Pode ser comparado com o termo independente (intercepto) do modelo de regressão linear.

Com isso, pode-se representar algebricamente um neurônio artificial da seguinte forma:

Em (1), a saída da função de soma. Refere-se ao resultado do somatório indicado acima ajustado ao valor do elemento bias.

$$u_k = \sum_{j=1}^n w_{kj} \cdot x_j - \theta_k \quad (1)$$



Em seguida, o valor da função soma torna-se argumento da função de ativação:

$$y_k = \varphi\left(\sum_{j=1}^n w_{kj} \cdot x_j - \theta_k\right) \quad (2)$$

Assim, dependendo do resultado oriundo da função de ativação (2), poderá ou não ocorrer a ativação do neurônio artificial. Vale destacar que a escolha da função de ativação é um passo fundamental na preparação da RNA, em virtude dos vários tipos existentes que podem trazer desempenhos distintos, em função da necessidade do usuário. Alguns tipos de função de ativação mais comuns são *linear* e *threshold unipolar*.

A RNA, então, de forma geral, dispõe-se assim: os neurônios artificiais captam as informações provenientes das outras bases de processamento e emitem uma resposta por meio das sinapses (conexões) ponderadas (esses pesos condensam o conhecimento do modelo). Como se trata de uma rede, várias unidades interligadas fazem isso ao mesmo tempo. O resultado é um conjunto de pontos de processamento organizados que produzem um resultado de forma complexa, não linear e paralela.

### Arquitetura de uma RNA

A arquitetura, ou topologia, de uma RNA consiste na organização da rede em número de camadas e arranjos das conexões.

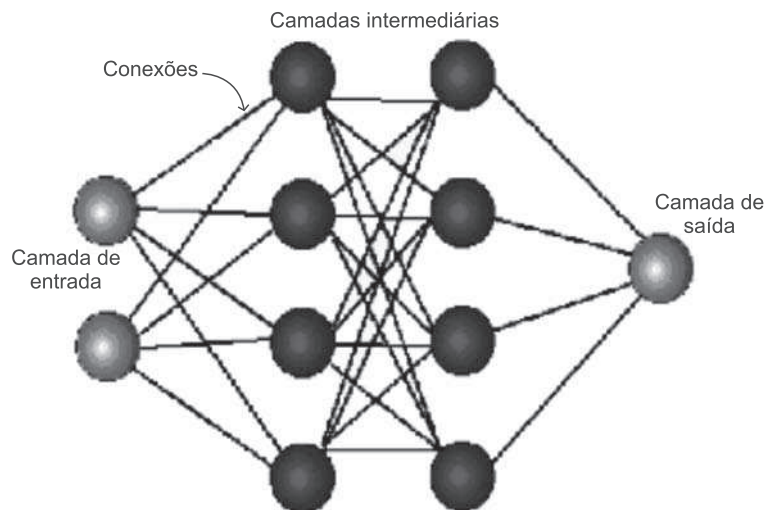
A topologia irá afetar o desempenho da rede, assim como as aplicações para as quais ela é desejada.

Geralmente, as RNAs têm uma camada de entrada, zero ou mais camadas intermediárias ou escondidas e uma camada de saída. A camada de entrada é utilizada para captar estímulos externos e

repassá-los para a camada intermediária. A camada de saída apenas retrata o resultado produzido pela RNA em resposta a uma dada entrada. Entre as camadas de entrada e saída, pode haver uma ou mais camadas intermediárias, cujas saídas dos neurônios não são acessadas por procedimentos externos à RNA. A Figura 4 traz a representação de uma rede neural com duas camadas intermediárias (ocultas).

Figura 4

#### Exemplo de arquitetura de uma rede neural artificial



#### Rede perceptron

As RNAs com apenas duas camadas (uma de saída e outra de entrada) que se apresentam com uma função de ativação do tipo limiar são chamadas apenas perceptron. Esse tipo de rede tem uma séria desvantagem, pois só consegue classificar padrões linearmente separáveis (problemas lineares). Isso reduz substancialmente o universo de possibilidades

de utilização de uma RNA. Entretanto, com a introdução de camadas ocultas, a rede evolui para uma ferramenta mais poderosa. A essa nova arquitetura dá-se o nome de *multilayer perceptron* (perceptron multicamadas), o modelo mais utilizado na literatura de redes neurais.

## Treinamento

Uma das vantagens mais interessantes das redes neurais artificiais é a capacidade de aprendizado, pois se assemelha ao sistema nervoso animal que o inspirou. Haykin (1994) define aprendizado, dentro do contexto das RNAs, como um processo pelo qual os parâmetros livres (pesos das conexões) de uma rede neural são adaptados por meio de um processo contínuo de estimulação do ambiente no qual a rede está inserida.

Certas vezes, esse processo de escolha dos pesos segue um conhecimento não especificado. Outras vezes, obedece a um algoritmo de aprendizado.

## Algoritmos e paradigmas de aprendizados

Segundo Carvalho *et al.* (1998), denomina-se algoritmo de aprendizado um conjunto de regras bem definidas para a solução de um problema de aprendizado. Existem vários tipos de algoritmos de aprendizado, que são específicos para determinados modelos de RNA e que diferem, principalmente, pela forma como os pesos são atualizados. O algoritmo mais utilizado na literatura estudada é o que acompanha as redes do tipo *multilayer perceptron*: *backpropagation* (retropropagação). A razão desse nome está no modo como ele trabalha. Ao fornecer uma entrada para a rede, esta produz um resultado (um *output*) relacionado àquela informação. A diferença entre esta saída e a saída desejada constitui o erro. O *backpropagation* baseia-se numa

função desse erro para ajustar os pesos sinápticos. A função de erro, indicada pelo nome *mean squared error* (MSE), é a média dos erros quadráticos (a variância do erro). A modificação dos pesos por esse método é realizada várias vezes (na regra *backpropagation*, os pesos da camada de saída são os primeiros a serem regulados e, posteriormente, os pesos das demais camadas, de trás para frente, daí o nome da regra) até que um critério de convergência seja estabelecido pelo programador como um mínimo de erro global ou um  $R^2$  (coeficiente de ajuste).

Os paradigmas de aprendizado, por sua vez, definem a maneira como a rede se relaciona com o ambiente (por “relacionar-se com o ambiente” entende-se, essencialmente, a ausência ou a presença de “professor” para ensinar a rede) e dividem-se em dois grupos principais: supervisionado e não supervisionado.

No primeiro, o supervisionado, apresenta-se à rede, na fase de treinamento, um conjunto de entrada acompanhado de suas respectivas saídas. Por esse método, são apresentados exemplos de comportamento à rede, isto é, para um estímulo  $X_i$  deve haver uma saída  $Y_i^*$ , onde o índice  $*$  simboliza a saída desejada. Os exemplos devem ser repassados à rede até que a rede aprenda o comportamento correto, ou seja, até que as diferenças  $Y_i - Y_i^*$  para todo  $i = 1, 2, \dots, n$  sejam mínimas [Kovács (1999)].

No aprendizado não supervisionado, a rede aprende sozinha, sem uma mensagem de erro externa, ou seja, não há intervenção externa. É necessário que entradas parecidas sejam apresentadas à rede para que esta possa identificar características estatisticamente relevantes e criar classes de maneira automática.

O aprendizado supervisionado tem sido mais utilizado pelos pesquisadores e estudiosos que buscam aplicações das redes neurais. Um motivo para isso pode ser o fato de esse tipo de aprendizado se

assemelhar a um problema de otimização linear e usar ferramentas de programação linear e não linear [Barreto (2002)].

## Metodologia

Nesta seção, serão explicados todos os procedimentos empregados para atingir o objetivo principal deste trabalho, qual seja, verificar a adequabilidade da técnica de redes neurais artificiais à previsão de risco de crédito.

O risco de crédito traduz-se na possibilidade de perdas ocasionadas por um *default* ou atraso em uma dívida. Tendo em vista essa definição, o risco aqui será tratado também como inadimplência ou saldos de inadimplência, que são as expressões mais conhecidas popularmente. A natureza da variável que representa a inadimplência neste trabalho baseia-se em estudos anteriores, como Souza e Feijó (2007) e Linardi (2008), e pode-se afirmar que há um consenso quanto a isso. A variável constitui a razão entre o valor destinado a cobrir o risco de crédito incorrido pelos bancos relativo à perda esperada, ou seja, a provisão mínima estabelecida pela Resolução do Bacen 2.682/99, e o volume total de créditos concedidos no sistema bancário para cada uma das modalidades de empréstimo estudadas.

Os trabalhos mais comuns na área de risco de crédito costumam abordar a questão utilizando um enfoque mais voltado para a microeconomia, isto é, como se os determinantes da insolvência estivessem presentes unicamente no comportamento das instituições financeiras e dos tomadores de recursos. Algumas pesquisas tornaram-se referência nos meios acadêmicos, como os trabalhos de Kanitz (1976) e Matias (1978) no Brasil.

Mais recentemente, a perspectiva dos trabalhos de risco de crédito tem dado mais atenção à análise de fatores macroeconômicos.

Souza e Feijó (2007) e Linardi (2008) estimaram modelos de previsão cujos resultados foram bastante satisfatórios, demonstrando toda a relevância do tema. No Brasil, infelizmente, ainda não se produzem tantos trabalhos visando a esse tipo de análise. Mesmo assim, Chu (2001) fez um estudo interessante, sugerindo um modelo econômico para simular o risco de crédito frente a diferentes cenários macroeconômicos. Esse modelo mostrou-se bastante preciso e, por isso, será empregado neste projeto como ponto de referência para avaliar o desempenho das redes neurais.

### Modelo de regressão linear

No seu modelo, Chu não entra em detalhes sobre a escolha das variáveis macroeconômicas. Ele, ao que parece, arbitrou as cinco grandezas macroeconômicas que têm maior relevância nos ciclos econômicos. Elas são: desemprego, medido pela taxa mensal de desemprego aberto do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE); produto, representado pelo índice de produção industrial mensal; taxa Selic mensal; taxa de compulsório, obtida pela razão entre os recolhimentos compulsórios do Bacen e os depósitos à vista do sistema bancário; e, por fim, *spread* bancário.

O conceito de inadimplência é o mesmo já citado anteriormente nesta seção.

Com essas variáveis, Chu montou um modelo da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \Delta linad_t = & \sum_{i=1}^n \xi_i \Delta linad_{t-i} + \sum_{i=0}^n \alpha_i \Delta lspread_{t-i} + \sum_{i=0}^n \beta_i \Delta lind_{t-i} + \\ & + \sum_{i=0}^n \omega_i \Delta ldesem_{t-i} + \sum_{i=0}^n \theta_i \Delta lselic_{t-i} + \sum_{i=0}^n \lambda_i \Delta lcomp_{t-i} + \delta TCE_{t-1} + e_t \end{aligned} \quad (3)$$

A regressão desenhada classifica-se como uma regressão múltipla VEC (do inglês *vector error correction*, vetor de correção de erros)

por causa da presença de um elemento (ou vetor) de correção de erros, explicado adiante.

Os termos  $\xi_i$ ,  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$ ,  $\omega_i$ ,  $\theta_i$ ,  $\lambda$ , e  $\delta_i$  são os coeficientes da equação a serem estimados.

O termo *linad* significa que a série de saldos de inadimplência foi *linearizada* por meio do cálculo de logaritmos. O mesmo se aplica às outras variáveis (explicativas): *lspread* é o *spread* (diferença entre a taxa de captação e aplicação em pontos percentuais); *lind* é o índice de produção industrial (*proxy* para o nível de atividade econômica); *ldesemp* é a taxa de desemprego aberto do IBGE; *lselic* é a taxa Selic acumulada no mês e anualizada; e *lcomp* é o percentual dos recolhimentos compulsórios exigidos relativamente aos depósitos realizados.

As variáveis estudadas foram diferenciadas uma única vez (operador de diferenças  $\Delta$ ). O motivo está no fato de elas serem processos integrados de ordem 1, conforme resultados de teste de raiz unitária revelaram. A consequência disso é a perda de observações, que pode comprometer a qualidade do resultado da regressão. Assim, buscou-se corrigir essa falha introduzindo a variável TCE (termo de correção de erros), cuja expressão é a seguinte:

$$TCE_t = lsaldo_t + \gamma_1 lspread_t - \gamma_2 lind_t - \gamma_3 ldesemp_t - \gamma_4 lselic_t - \gamma_5 lcomp_t + \gamma_5 Tend_t + constante \quad (4)$$

O elemento *Tend* é uma variável de tendência linear ou determinística. E os elementos  $\gamma$  são os coeficientes que serão estimados.

O termo de correção de erros (TCE) busca ajustar a distância existente entre a inadimplência bancária no período corrente (Equação 3) e seu valor de equilíbrio de longo prazo, descrito pela combinação linear das variáveis explicativas do modelo.

Observando-se a presença de estacionariedade na série do TCE, pode-se inferir, então, que as variáveis que o compõem são cointegradas e a Equação 3 está balanceada. Com a introdução desse termo na regressão, torna-se possível o estudo das mudanças da variável inadimplência no curto prazo, pois sua relação com a tendência de longo prazo estará mantida.

O modelo desenvolvido por Chu apresentava até cinco defasagens das variáveis explicativas.

Em tempo, Chu propôs que as séries originais da variável dependente e das variáveis explicativas produto (*ind*) e desemprego (*desem*) fossem dessazonalizadas por meio do método Census X-11 multiplicativo. E neste trabalho, os resultados refletem a dinâmica econômica durante o período de julho de 1994 a agosto de 2000.

No presente estudo, o horizonte temporal dos dados terá início em outubro de 2001 e término em janeiro de 2009. A escolha desse intervalo deve-se ao problema encontrado com os dados de desemprego. A série mais atualizada tem início apenas em outubro de 2001. Antes disso, a metodologia empregada na formatação dos dados é outra. Portanto, para evitar maiores problemas com a fusão de dados provenientes de pesquisas diferentes, decidiu-se usar como ponto de início de todas as séries a data de outubro de 2001.

Os dados foram encontrados exclusivamente nos portais da internet do Bacen, do IBGE e do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (Ipea).

A variável taxa de compulsório não pode ser encontrada na forma desejada (em termos percentuais). Então, partiu-se para a sua construção a partir da razão entre a soma dos montantes de recolhimento compulsório remunerado e não remunerado e a soma dos estoques de moeda M1 (depósitos à vista) e M2 (depósitos a prazo).

$$\text{Taxa de compulsório} = \frac{\text{Compulsório remunerado} + \text{compulsório não remunerado}}{\text{M1} + \text{M2}} \quad (5)$$



As informações usadas na construção da taxa de compulsório também podem ser encontradas nos mesmos portais citados acima.

A razão entre as despesas com empréstimos em atraso há mais de 90 dias e o total de empréstimos realizados – considerada a variável (dependente) inadimplência – será analisada em relação a quatro classes de crédito a pessoas jurídicas, a saber: conta garantida (variável: *CONTAG*), desconto de duplicatas (variável: *DESDUP*), capital de giro (variável: *CAPGIRO*) e aquisição de bens (variável: *AQBENS*).

As variáveis explicativas são as mesmas do estudo apresentado no começo desta seção. Elas são: índice de produção industrial do IBGE como proxy para o nível de atividade econômica (variável: *IPI*); taxa de desemprego mensal do IBGE (variável: *DESEMP*); taxa de compulsório (variável: *COMP*); taxa Selic mensal em porcentagem (variável: *SELIC*); e *spread* bancário médio das operações de crédito com recursos livres para taxas de juros prefixadas (variável: *SPREAD*).

A dessazonalização dos dados não foi efetuada como no estudo de Chu, pois, além de as séries utilizadas não serem extensas, isso levaria a uma perda de observações, podendo afetar o grau de precisão dos modelos.

Todas as séries temporais utilizadas foram tratadas no formato de logaritmos naturais (um “l” antes do nome da variável significa essa transformação).

As séries empregadas aqui passaram pelo teste de verificação de estacionariedade. Esse teste destina-se a descobrir se as séries temporais preservam as condições de variância e média estáveis ao longo do tempo. Os testes realizados foram a análise do correlograma e o Dickey-Fuller Aumentado (*Augmented Dickey-Fuller test* – teste ADF), associado às distribuições T-student e Z (Normal tabelada). A escolha do número de *lags* (defasagens) do teste ADF foi realizada por meio da técnica dos multiplicadores de Lagrange (acrescentam-se

*lags* até que o teste do multiplicador de Lagrange não possa rejeitar a hipótese de inexistência de correlação serial a um nível de 5%).

Por meio dos resultados do teste ADF, as séries da taxa Selic, do *spread*, da taxa de compulsório e de todas as modalidades de crédito revelaram-se  $I(1)$ , precisando ser diferenciadas e utilizadas na forma de primeira diferença (símbolo para representar a variável em primeira diferença:  $\Delta$ ).

As séries do índice de produção industrial e do desemprego apresentaram resultados controversos nos testes efetuados. Optou-se, então, pela natureza  $I(1)$  das séries, em conformidade com o que é enunciado na vasta literatura sobre séries econômicas e nos principais manuais de econometria.

Para determinar a quantidade de *lags* ideal a fim de estimar a equação de inadimplência (especificação do modelo) de cada uma das modalidades de crédito, foram utilizados os critérios da análise dos resíduos (teste de Ljung-Box para verificar a presença de autocorrelação) e da observação do  $R^2$  (coeficiente de determinação) e do  $R^2$  ajustado. O TCE foi estimado da mesma forma que no trabalho de Chu.

Para todas as classes de crédito, ao estimar a equação de longo prazo buscando o TCE, foi observada a presença de autocorrelação serial (o teste de Durbin-Watson e a construção do gráfico da série de resíduos permitiram chegar a essa conclusão). Com isso, realizou-se regressão pelo método de mínimos quadrados generalizados, assumindo que os resíduos fossem autocorrelacionados de ordem 1, de acordo com o método interativo Cochrane-Orcutt. O resultado demonstrou ausência de correlação serial para o TCE.

A verificação da hipótese de homocedasticidade (necessária para o método MQO produzir estimadores consistentes) foi feita pelo teste geral de White ao nível de 5%.

A suposição de normalidade dos resíduos foi verificada pelo teste de Jarque-Bera ao nível de 5%.

A equação que traduz o movimento risco de crédito no curto prazo utilizada no trabalho ficou assim:

$$\begin{aligned} \Delta linad(t) = & \sum a(i)\Delta linad(t-i) + \sum b(i)\Delta IPI(t-i) + \sum c(i)\Delta IDESEMP(t-i) + \\ & + \sum d(i)\Delta ISPREAD(t-i) + \sum e(i)\Delta ISELIC(t-i) + \sum f(i)\Delta ICOMP(t-i) + \\ & + g(i)TCE(t-1) + e_t \end{aligned} \quad (6)$$

Onde:  $a(i)$ ,  $b(i)$ ,  $c(i)$ ,  $d(i)$ ,  $e(i)$ ,  $f(i)$  e  $g(i)$  são os estimadores;

$inad$  = saldo considerado inadimplente da modalidade específica;

$\sum$  em  $i$  começa em 1 para  $linad$  e em 0 para as demais variáveis.

## Modelo da rede neural

O tipo de rede (RNA) escolhido para a realização do trabalho foi o *multilayer perceptron*. Esse tipo de rede é, sem dúvida, o mais adotado na grande maioria dos trabalhos observados. A sua expressiva popularidade baseia-se no fato de ser a generalização de formas, traçados e padrões a sua principal aplicação.

Com o propósito de montar a melhor topologia de rede (treinar a rede para ajustar os pesos e escolher o número de camadas ocultas e neurônios), deu-se início a uma série de testes com base em informações colhidas em outros trabalhos e em *sites* especializados na internet.

A arquitetura da rede neural no tocante ao número de camadas de neurônios e ao total de neurônios por camada depende da natureza e do tamanho da amostra de dados que se tem à disposição para a rede executar.

A rede neural empregada nesta pesquisa apresenta apenas uma camada intermediária de neurônios. Segundo autores da literatura estudada – Teorema de Kolmogorov, em Hecht-Nielsen (1989) –,

essa topologia da rede (com uma ou duas camadas intermediárias) demonstra bons resultados quando a tarefa é a aproximação ou a generalização de funções contínuas.

A camada de entrada foi constituída de quantidade de neurônios igual ao número de variáveis explicativas do problema (os dados de *input* da rede). Logicamente, a camada de saída apresenta apenas um elemento, a variável inadimplência a ser modelada.

A função de ativação ou transferência que apresentou melhores resultados foi a sigmóide logística.

O algoritmo de aprendizado será o *backpropagation*, basicamente porque esse exemplar é o mais utilizado e o mais discutido na literatura e suas funcionalidades são de fácil interpretação.

Conforme exposto anteriormente, esse algoritmo utiliza um critério de ajuste dos pesos sinápticos conhecido por MSE (*mean squared error*) ou, simplesmente, variância do erro.

O paradigma de aprendizado aplicado neste trabalho foi a aprendizagem supervisionada, em que um *professor* auxilia a rede a atingir determinado nível ideal de ajuste aos dados.

Durante a fase de treinamento, é comum ocorrer o problema do *overfitting*, que consiste no aprendizado exagerado das informações contidas nos dados oferecidos à rede. Esta se torna tão bem treinada sobre aquela plataforma de dados (do treinamento), que acaba copiando não apenas a relação estrutural entre as variáveis, mas, também, o *ruído* (erro da relação). A consequência disso é que esta rede com *overfitting* não pode ser usada na amostra de dados por inteiro, pois sua capacidade de generalização foi comprometida e, certamente, não produzirá bons resultados.

O problema do *overfitting* tende a acontecer quando o *professor* da rede impõe critérios rigorosos demais a ela na consecução do ajuste ideal. Caso se perceba que a rede não apresenta mais evolução no

seu aprendizado em relação aos dados apresentados, recomenda-se não insistir e tentar alguma alternativa, como reinício do aprendizado, abordando critérios menos severos, ou treinar sobre outra base de dados.

Os pesos estimados que conduzem ao menor erro quadrático médio no conjunto de treinamento serão considerados a resposta ótima para uma arquitetura específica e para um conjunto específico de entrada de dados. Vale destacar que os pesos não podem ser comparados aos estimadores encontrados no resultado da regressão. Eles não representam o efeito da variável explicativa sobre a variável explicada, uma vez que são apenas estímulos e não um conceito de derivada parcial.

Muito embora não fosse uma obrigatoriedade, optou-se por usar a variável explicada na forma de diferença, da mesma maneira que foi empregada na regressão linear. As redes neurais prescindem dos mesmos pressupostos clássicos dos modelos de regressão tradicional, como ausência de autocorrelação e heterocedasticidade dos resíduos, e, por isso, não seria necessário diferenciar a variável. Porém, como o objetivo é comparar a acurácia dos modelos, decidiu-se manter a mesma especificação.

O *software* que auxiliou na execução das regressões e na formulação do modelo de rede neural foi o RATS 7.

## **Apresentação e análise dos resultados**

Nesta seção, serão apresentados e analisados os resultados obtidos para cada modalidade de crédito com o propósito de alcançar o objetivo do trabalho.

## Operação financeira: capital de giro

### Modelo de regressão

O modelo de regressão estimado teve como utilidade servir de parâmetro para a avaliação da eficácia da rede neural como método de previsão do nível de inadimplência. Conforme descrito na seção anterior, a forma da equação que descreve o risco de crédito no curto prazo foi totalmente inspirada no trabalho de Chu (2001). Para a modalidade capital de giro, a forma funcional ficou como ilustrado a seguir:

$$\begin{aligned}\Delta ICAPGIRO(t) = & \sum a(i)\Delta ICAPGIRO(t-i) + \sum b(i)\Delta IPI(t-i) + \\ & + \sum c(i)\Delta IDESEMP(t-i) + \\ & + \sum d(i)\Delta ISPREAD(t-i) + \sum e(i)\Delta SELIC(t-i) + \\ & + \sum f(i)\Delta ICOMP(t-i) + g(i)TCE(t-1) + e_t\end{aligned}\quad (7)$$

Onde: o somatório em cada variável resultou em um número de defasagens (*lags*) ideal igual a 5.

O valor do  $R^2$  ajustado ficou em 0,224898 e o do  $R^2$ , 0,559819. Embora possam parecer baixos demais, esses valores foram a melhor especificação obtida nos testes executados com as diversas possibilidades de formas funcionais (não houve testes com respeito à retirada ou à inclusão de variáveis do modelo).

A utilização do coeficiente de determinação,  $R^2$  ajustado ou  $R^2$ , apenas é permitida para comparar modelos com a mesma variável explicada. Tal tarefa terá lugar mais adiante após a apresentação do modelo de rede neural.

A hipótese de homocedasticidade não foi rejeitada. Essa conclusão foi retirada do método geral de White ao nível de 5%. A estatística do teste, que tem uma distribuição qui-quadrado com 81 graus de liberdade nesse caso, foi 82.

A autocorrelação serial não foi identificada de acordo com o teste de Ljung-Box com 24 *lags*.

Para testar a hipótese de normalidade dos resíduos, procedeu-se ao teste de Jarque-Bera, que revelou a provável não normalidade dos resíduos. Entretanto, a refutação da hipótese de normalidade não inviabiliza o modelo, uma vez que os estimadores ainda são eficientes dentro da classe de estimadores lineares. As variáveis que se mostraram significativas são apresentadas na Tabela 3.

Tabela 3

**Capital de giro: variáveis significativas do modelo**

Variável	Coefficiente	Erro-padrão	Estatística t	Valor-P
$\Delta ICOMP\{t-3\}$	0.579801750	0.293124458	1.97801	0.05393613
$\Delta ICOMP\{t-5\}$	-0.550210196	0.272057148	-2.02241	0.04897112
$\Delta IPI\{t-2\}$	-0.524072288	0.309889282	-1.69116	0.09757183
$\Delta IPI\{t-4\}$	0.660431166	0.312846607	2.11104	0.04023404
$\Delta IDESEMP\{t-2\}$	0.788228671	0.366739471	2.14929	0.03690625
$\Delta SELIC\{t-2\}$	1.707902721	0.933198195	1.83016	0.07370981
$\Delta SELIC\{t-3\}$	-2.064236591	0.995643087	-2.07327	0.04377497
$\Delta SELIC\{t-4\}$	1.943995302	1.063948308	1.82715	0.07416877
$TCE\{t-1\}$	-0.889327681	0.472113975	-1.88371	0.06593386

O termo de correção de erros revelou-se significativo ao nível de 10%. Isso, segundo a literatura estudada, é mais uma evidência a favor da suposição de cointegração das variáveis envolvidas. É interessante notar que o coeficiente do TCE, segundo Gujarati (2002), pode ser interpretado da seguinte maneira: 88,93% do desvio, no período anterior, do equilíbrio de longo prazo é corrigido no presente período por meio da alteração no risco.

Quanto ao sinal das variáveis, é possível notar alguma controvérsia em relação ao que a teoria e o senso comum estabelecem, como no

caso do sinal do coeficiente da variável  $\Delta IPI\{t-4\}$ , que deveria ser negativo. Porém, como o objetivo do trabalho é apenas comparar modelos por meio de estatísticas de ajustes, não se deu atenção a esse problema.

## Modelo de rede neural

O modelo de rede neural criado teve o mesmo objetivo do modelo de regressão: simular a série de dados de inadimplência. Com esse fim, procedeu-se ao treinamento da rede visando ao melhoramento do seu ajuste.

É válido relembrar que a variável dependente utilizada tem a mesma especificação nos dois modelos empregados ( $\Delta ICAPGIRO$ ). Isso se justifica pelo fato de possibilitar a comparação da eficácia dos modelos. Contudo, não foram usadas variáveis explicativas defasadas (com *lags*), pois, conforme explicitado na metodologia, as redes neurais não exigem o atendimento às hipóteses do modelo de regressão. Uma vantagem adicional da não incorporação de defasagens é o ganho de observações.

Antes de iniciar o treinamento, foi feita uma divisão da amostra de dados em duas. A primeira, equivalente a 90% dos dados, serviu de amostra de treinamento; e a segunda, com os 10% restantes, teve a função de amostra de testes. Assim, a rede neural com o melhor desempenho na *modelagem* das informações contidas nas duas subamostras foi a escolhida. Esse procedimento foi espelhado em outros trabalhos observados, como Kaastra e Boyd (1996) e Gonçalves (2002).

Conforme já exposto na seção de metodologia, o treinamento obedeceu a um paradigma de aprendizado do tipo supervisionado. Nessa forma de aperfeiçoar a rede, é necessário que o pesquisador esteja presente em todos os momentos para observar o progresso do aprendizado e verificar se a rede está *caminhando* no sentido



desejado. Caso não esteja havendo avanços (o que pode ser um sintoma do problema do *overfitting*), recomenda-se, então, a reavaliação dos critérios de aprendizado.

O processo inicia-se com a introdução de apenas um ou dois neurônios na camada intermediária e um baixo critério de convergência. Esse critério de convergência corresponde ao nível de MSE (*mean squared error*) e/ou coeficiente de determinação ( $R^2$ ) desejados pelo programador da rede. Conforme explicado na seção dedicada à metodologia, o algoritmo de aprendizado *backpropagation* utiliza o MSE na correção dos pesos e no melhoramento do modelo. É fundamental que o treinamento comece adotando exigências brandas, pois, com isso, evitam-se problemas de *overfitting* e, também, a eficácia é comprovadamente maior no ajuste aos dados.

Posteriormente, faz-se o acréscimo de mais neurônios à camada intermediária juntamente com a imposição de critérios mais austeros, à medida que são realizados os testes de desempenho. Pode parecer tentadora a possibilidade de incluir muitos neurônios ou camadas escondidas, isto é, agigantar a rede o máximo possível, pois, afinal, isso traria vantagens ao mecanismo de ajuste. No entanto, quanto maior a estrutura, maior o custo computacional, o que torna o treinamento muito demorado e apresenta o risco de despertar o problema de *overfitting*. Portanto, observa-se um *trade-off* nesse caso entre número de neurônios e tempo de execução do treinamento.

A arquitetura encontrada como ótima para explicar a inadimplência de crédito da modalidade capital de giro foi caracterizada com oito neurônios na camada intermediária.

### Comparação dos resultados: regressão x rede neural

Nesta seção, são feitos uma comparação e alguns comentários sobre o desempenho dos dois métodos empregados. Para começar, a Tabela 4

Tabela 4  
MSE e coeficientes de determinação

	Rede neural	Regressão
MSE	$1,67 \times 10^{-3}$	$6,98 \times 10^{-3}$
R <sup>2</sup>	0,81	0,559
R <sup>2</sup> ajustado	0,798	0,224

apresenta uma pequena exposição dos parâmetros de ajuste de ambos os métodos.

Pela observação das estatísticas de ajuste dos dois modelos, é irrefutável a conclusão de que o modelo de rede neural mostra-se mais capacitado na tarefa de ajuste dos dados para a modalidade capital de giro no período em consideração. Todos os parâmetros de mensuração do ajuste são favoráveis ao modelo de redes neurais.

O patamar alcançado para o R<sup>2</sup> durante a fase de treinamento da rede é bastante superior ao do seu *rival*. Uma observação que não pode ficar de fora nessa comparação é o fato de que o modelo de regressão é dotado de muitas variáveis em função das defasagens efetuadas. E, como se sabe, o R<sup>2</sup> é uma medida que só cresce com o aumento de variáveis do modelo (embora existam pontos negativos também ao fazer isso). Portanto, a comparação direta de R<sup>2</sup> não é muito recomendada. Mesmo assim, essa *nuance* não compromete a conclusão em direção à superioridade da rede neural neste caso.

Ainda com o mesmo propósito, buscou-se a comparação dos gráficos dos dois modelos estimados contra os dados verdadeiros. A Figura 5 mostra a curva de regressão contra os dados exatos, enquanto a Figura 6 mostra a rede neural estimada contra os mesmos dados exatos.

Mais uma vez, por meio da análise dos gráficos, não se pode discutir a superioridade do ajuste da técnica de redes neurais sobre a regressão linear, neste caso.

Figura 5  
Capital de giro (modelo de regressão)

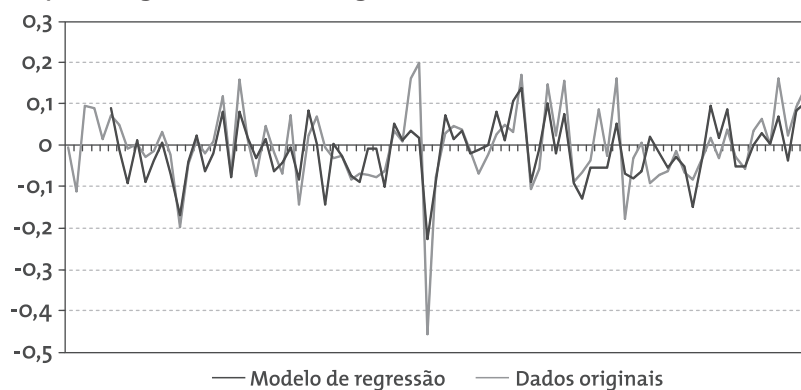
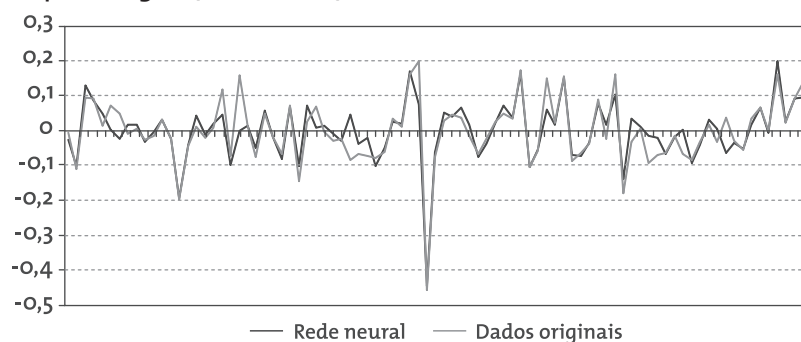


Figura 6  
Capital de giro (rede neural)



## Operação financeira: aquisição de bens

### Modelo de regressão

O modelo de regressão estimado, do mesmo modo que na seção anterior, teve o objetivo de servir de parâmetro para a avaliação da eficácia da rede neural como método de previsão do nível de inadimplência. A única diferença ficou mesmo na variável dependente, que agora é

o saldo em atraso há mais de 90 dias para a modalidade de crédito aquisição de bens.

Dessa forma, a estrutura funcional empregada definiu-se assim:

$$\begin{aligned}\Delta IAQBENS(t) = & \sum a(i)\Delta IAQBENS(t-i) + \sum b(i)\Delta IPI(t-i) + \\ & + \sum c(i)\Delta IDESEMP(t-i) + \\ & + \sum d(i)\Delta ISPREAD(t-i) + \sum e(i)\Delta SELIC(t-i) + \\ & + \sum f(i)\Delta ICOMP(t-i) + g(i)TCE(t-1) + e_t\end{aligned}\quad (8)$$

Onde: o somatório em cada variável resultou em um número de defasagens (*lags*) ideal igual a 5.

O valor do coeficiente de determinação ( $R^2$ ) resultou em 0,6820 e o  $R^2$  ajustado ficou em 0,4401.

A hipótese de homocedasticidade não foi rejeitada ao nível de 5%, usando o teste geral de White. A estatística de teste com 83 graus de liberdade foi 82,02.

A normalidade dos resíduos foi averiguada pelo teste de Jarque-Bera, que não permitiu rejeitar a hipótese de normalidade a um nível de 5% de significância. A estatística de teste foi 5,02.

A autocorrelação serial também não foi encontrada por meio do teste de Ljung-Box com 24 *lags*. As variáveis que se mostraram significativas são apresentadas na Tabela 5.

Tabela 5  
Aquisição de bens: variáveis significativas do modelo

Variável	Coeficiente	Erro-padrão	Estatística-t	Valor-p
$\Delta IAQBENS\{t-1\}$	2.029102204	0.995063307	2.03917	0.04720247
$\Delta ISPREA\{t-3\}$	0.432779369	0.257866795	1.67831	0.10006958
$\Delta IDESEMP\{t-1\}$	-0.660164333	0.319736923	-2.06471	0.04461417
$\Delta IDESEMP\{t-5\}$	0.273704946	0.153460958	1.78355	0.08109537
$TCE\{t-1\}$	-2.019611531	1.017478674	-1.98492	0.05313573

A mesma discussão formulada para a modalidade capital de giro a respeito do sinal das variáveis também se aplica nesse caso. A título de ilustração, o sinal da variável defasada em 1 *lag* do desemprego apresentou-se em desacordo com a teoria. Por outro lado, a variável que representa o saldo de inadimplência defasado em um período mostrou-se bastante significativa e com o sinal esperado.

### Modelo de rede neural

O modelo de rede neural construído fundamentou-se no objetivo de atingir o máximo de ajuste aos dados de inadimplência para a modalidade de crédito aquisição de bens. Com esse pensamento, deu-se início ao treino da rede.

As considerações feitas a respeito do treinamento da rede na modalidade capital de giro aplicam-se da mesma forma à rede desenvolvida para a modalidade aquisição de bens.

Igualmente, a variável dependente é a mesma nos dois modelos, visando ao processo de comparação da eficácia.

A topologia da rede treinada tem nove neurônios na camada intermediária.

### Comparação dos resultados: regressão x rede neural

A comparação dos resultados das duas metodologias deste trabalho será realizada da mesma maneira que na seção de cunho semelhante da modalidade de crédito anterior. Com o fim de saber qual delas é a melhor, partiu-se para uma comparação das estatísticas de qualidade de ajuste, que estão resumidas na Tabela 6.

Com base na análise dos valores encontrados, pode-se observar mais uma vez a superioridade das redes neurais no tocante ao ajuste da série de inadimplência para a modalidade aquisição de bens.

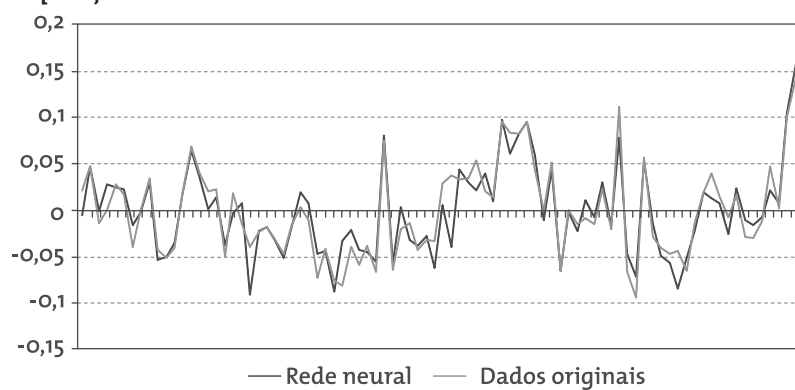
Tabela 6  
MSE e coeficientes de determinação

	Rede neural	Regressão
MSE	$0,33 \times 10^{-3}$	$1,5 \times 10^{-3}$
R <sup>2</sup>	0,87	0,682
R <sup>2</sup> ajustado	0,861	0,4401

Nesse caso, a adequação aos dados tornou-se ainda melhor comparativamente à modalidade capital de giro. O valor do coeficiente de determinação ajustado ficou em um patamar muito bom, sinalizando a força dessa técnica.

Os gráficos de comparação das séries estimadas contra as séries originais de dados também foram construídos. Evidentemente, após apresentar resultados tão satisfatórios para as estatísticas de ajuste, a análise visual dos gráficos não poderia ser outra. Embora esse tipo de inferência seja bastante subjetivo, não se pode negar a melhor adaptabilidade da série estimada por redes neurais frente ao resultado demonstrado pela regressão.

Figura 7  
Aquisição de bens



Vale destacar que em alguns momentos o gráfico da rede estima-da chega a se confundir com os dados exatos, com destaque para o período final do intervalo temporal aproximando-se de 2009. Isso é mais uma prova da maior acurácia dessa técnica.

### Operações financeiras: conta garantida e desconto de duplicatas

Com vistas a economizar espaço e não tornar a apresentação repetitiva, nesta seção serão feitas as análises das duas últimas modalidades de crédito conjuntamente. O procedimento não irá apresentar grandes diferenças em relação às categorias anteriores.

#### Modelo de regressão

O modelo de regressão confeccionado para descrever os saldos em atraso há mais de 90 dias das modalidades de crédito desta seção é bastante parecido com os relatados anteriormente, assim como as observações feitas. Aqui estão eles:

Modelo de regressão – conta garantida:

$$\begin{aligned}\Delta ICONTAG(t) = & \sum a(i)\Delta ICONTAG(t-i) + \sum b(i)\Delta IPI(t-i) + \\ & + \sum c(i)\Delta IDESEMP(t-i) + \\ & + \sum d(i)\Delta ISPREAD(t-i) + \sum e(i)\Delta SELIC(t-i) + \\ & + \sum f(i)\Delta ICOMP(t-i) + g(i)TCE(t-1) + e_t\end{aligned}\quad (9)$$

Onde: o somatório em cada variável resultou em um número de defasagens (*lags*) ideal igual a 7.

Modelo de regressão – desconto de duplicatas:

$$\begin{aligned}\Delta IDESDUP(t) = & \sum a(i)\Delta IDESDUP(t-i) + \sum b(i)\Delta IPI(t-i) + \\ & + \sum c(i)\Delta IDESEMP(t-i) + \\ & + \sum d(i)\Delta ISPREAD(t-i) + \sum e(i)\Delta SELIC(t-i) + \\ & + \sum f(i)\Delta ICOMP(t-i) + g(i)TCE(t-1) + e_t\end{aligned}\quad (10)$$

Onde: o somatório em cada variável resultou em um número de defasagens (*lags*) ideal igual a 4.

A Tabela 7 resume as informações sobre os coeficientes de determinação e coeficiente de determinação ajustado.

Tabela 7  
Coeficientes de determinação

	R <sup>2</sup>	R <sup>2</sup> ajustado
Modelo de regressão – conta garantida	0,7304	0,3346
Modelo de regressão – desconto de duplicatas	0,6854	0,5133

A hipótese de homocedasticidade não pode ser rejeitada para ambas as modalidades. Para chegar a essa conclusão, realizou-se teste geral de White ao nível de 5%.

A normalidade dos resíduos não foi descartada. Esse foi o resultado do teste de Jarque-Bera com 5% de significância para ambos os modelos.

A autocorrelação serial não foi detectada na amostra em nenhum dos dois modelos desenhados, conforme se deduziu de resultado do teste de Ljung-Box com 24 *lags*. As variáveis que se revelaram significativas no modelo de conta garantida podem ser vistas na Tabela 8.

Tabela 8  
Conta garantida: variáveis significativas do modelo

Variável	Coeficiente	Erro-padrão	Estatística-t	Valor-p
$\Delta ICONTAG\{t-1\}$	0.925200123	0.370453083	2.49748	0.01784293
$\Delta ISPREAD\{t-5\}$	1.793291556	0.778149288	2.30456	0.02783135
$\Delta ICOMP\{t-3\}$	1.075612737	0.467265921	2.30193	0.02799714
$\Delta ICOMP\{t-5\}$	-0.860055674	0.471288845	-1.82490	0.07736390
$\Delta IIP\{t-1\}$	-0.788963236	0.386006135	-2.04391	0.04926553
$\Delta ISELIC\{t\}$	-3.039451894	1.133479854	-2.68152	0.01149225
$\Delta ISELIC\{t-7\}$	-3.464934567	1.157365769	-2.99381	0.00527739
$TCE\{t-1\}$	-1.276804062	0.387955394	-3.29111	0.00243598



As variáveis significativas no modelo de desconto de duplicatas são apresentadas na Tabela 9.

Tabela 9

**Desconto de duplicatas: variáveis significativas do modelo**

Variável	Coefficiente	Erro-padrão	Estatística-t	Valor-p
$\Delta IDESDUP\{t-2\}$	0.292939700	0.138573119	2.11397	0.03924048
$\Delta IDESDUP\{t-3\}$	0.326481736	0.130586280	2.50012	0.01554429
$\Delta ICOMP\{t\}$	0.170234575	0.094204725	1.80707	0.07642890
$\Delta ICOMP\{t-2\}$	-0.310476409	0.128156863	-2.42263	0.01885930
$\Delta IPI\{t-1\}$	-0.243136493	0.115183964	-2.11085	0.03951969
$\Delta IDESEMP\{t\}$	0.276112411	0.145380414	1.89924	0.06298132
$\Delta IDESEMP\{t-1\}$	-0.619513598	0.203440241	-3.04519	0.00361747
$\Delta IDESEMP\{t-3\}$	0.381169637	0.155247837	2.45523	0.01739386
$\Delta ISELIC\{t-4\}$	0.604641245	0.347234365	1.74131	0.08743214
$TCE\{t-1\}$	-0.752424872	0.474167976	-1.58683	0.11849955

## Modelo de rede neural

As estruturas de rede neural produzidas tiveram o mesmo propósito das anteriores. Como já era de esperar, o treinamento realizado também foi praticado nos mesmos moldes e não apresentou nenhuma surpresa.

A topologia da rede relacionada à modalidade conta garantida que apresentou melhor desempenho teve 10 neurônios na camada escondida. O mesmo procedimento conduziu a uma topologia com oito neurônios na camada escondida para a modalidade desconto de duplicatas.

## Comparação dos resultados: regressão x redes neurais

As informações que darão subsídio à comparação e à decisão entre as duas técnicas abordadas neste trabalho estão sintetizadas por classe de crédito na Tabela 10.

Tabela 10  
MSE e coeficientes de determinação

	Conta garantida		Desconto de duplicatas	
	Regressão	Rede neural	Regressão	Rede neural
MSE	$10,53 \times 10^{-3}$	$2,69 \times 10^{-3}$	$1,62 \times 10^{-3}$	$0,75 \times 10^{-3}$
R <sup>2</sup>	0,7304	0,82	0,685	0,80
R <sup>2</sup> ajustado	0,334	0,809	0,513	0,787

As informações contidas na Tabela 10 só ratificam a ascendência do modelo de redes neurais sobre o seu *rival*, conforme já antecipado nos casos anteriores. Percebe-se que os resultados demonstrados pela rede nessas duas últimas modalidades foram bastante satisfatórios, mantendo o desempenho que se vinha observando anteriormente em relação aos principais indicadores, quais sejam: R<sup>2</sup> ajustado e MSE.

A visualização dos gráficos também parece ser bastante conclusiva em relação a qual técnica apresenta o melhor desempenho. A Figura 8 refere-se ao caso desconto de duplicatas e a Figura 9, a conta garantida. Mais uma vez, a curva que representa a rede desaparece muitas vezes diante da curva dos dados exatos de inadimplência, tal é o grau de qualidade do ajuste feito.

Figura 8  
Desconto de duplicatas

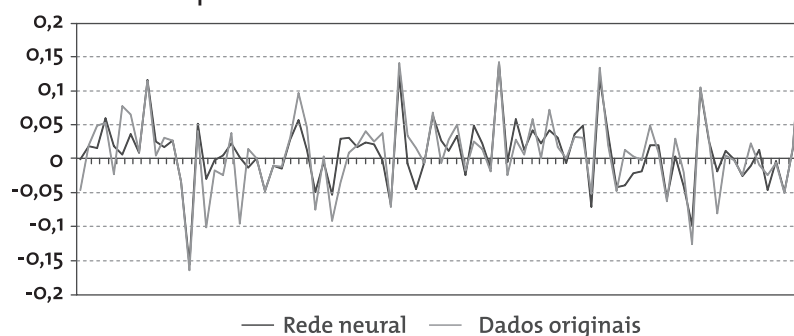
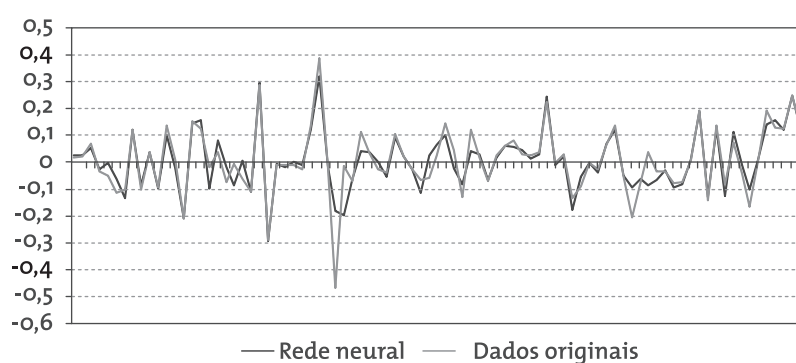


Figura 9  
Conta garantida



É interessante notar que nesse último gráfico, correspondente à classe de crédito conta garantida, existe um dado na série original bastante discrepante em relação aos demais. Esse dado situa-se no fim do primeiro semestre de 2004. A rede neural, infelizmente, não conseguiu captar essa modificação brusca de forma muito satisfatória, o que pode ter ocasionado grande parte do erro quadrado médio (MSE) computado. Independentemente dessa irregularidade, o desempenho da rede, como já comentado, é elogiável.

## Conclusões e recomendações

O objetivo geral que norteou este estudo compreendeu a verificação da robustez do método de redes neurais na descrição ou na aproximação de séries financeiras, quais sejam: os saldos em atraso há mais de 90 dias – também conhecidos por níveis de inadimplência – para quatro modalidades de crédito a pessoa jurídica, utilizando-se de variáveis macroeconômicas.

Para isso, realizou-se um levantamento de informações relativas ao tema, buscando maior entendimento dos conceitos e ferramentas

a serem empregados. Foi mostrado que o crédito é uma atividade pautada primordialmente pela confiança e pela credibilidade dos agentes. E, por causa disso, o mercado creditício padece de alguns problemas conhecidos na literatura como falhas de mercado: seleção adversa e risco moral. Insere-se, então, a partir disso, a necessidade de uma política de gerenciamento de capitais e avaliação dos riscos.

Sem embargo, é de importância inquestionável para as companhias da área o gerenciamento eficaz das políticas de crédito, uma vez que a saúde financeira delas depende disso. Porém, são também extremamente relevantes o controle e a fiscalização das instituições financeiras por parte das autoridades públicas, tendo em vista o nível de globalização da economia mundial. Portanto, rumo-se, no momento, para uma situação de integração global plena em que os riscos de crises sistêmicas não podem ser negligenciados.

O Brasil destaca-se progressivamente no cenário político global como um país que tem perspectivas bastante favoráveis. No entanto, a economia brasileira ainda apresenta indicadores que se situam muito aquém das principais lideranças mundiais. Um deles é o tamanho do mercado de crédito. Conclui-se que esse mercado ainda é muito concentrado e, conseqüentemente, de difícil acesso. Contudo, como a tendência mais recente dos juros é de queda em direção a um nível mais aceitável, presume-se que o crédito tem grandes chances de crescer mais rapidamente nos anos vindouros.

A Resolução 2.682 do Bacen de 1999 destaca-se quando se debatem risco de crédito e maior controle da saúde do sistema financeiro. Essa medida bastante salutar estabeleceu níveis mínimos de provisão de capital de acordo com o risco presente no empréstimo concedido. Isto é, passou-se a classificar desde então as operações dependendo do nível de risco em relação ao devedor, a seus garantidores e em relação ao tipo de operação. Com essa mudança, pretende-se dar mais segurança a todos os agentes do mercado.

Diante do exposto, depreende-se a preocupação e a relevância que esse assunto tem para as instituições de mercado e para as autoridades supervisoras da economia. Portanto, o escopo do trabalho está inserido nesse movimento cujo objetivo é direcionado ao maior aprendizado e ao gerenciamento dos níveis de risco de crédito.

Com esse pensamento, buscou-se avaliar a viabilidade da técnica de redes neurais na aproximação das séries de inadimplência para, assim, dispor de uma ferramenta a mais na tentativa de administrar o risco de crédito.

Para alcançar o objetivo, lançou-se mão de um modelo de regressão linear clássico inspirado em trabalho feito por Chu (2001). Esse modelo serviu de parâmetro de comparação para avaliar o grau de ajuste da técnica de redes neurais.

A conclusão extraída dos testes e resultados obtidos é a superioridade das redes neurais artificiais sobre o modelo de regressão para simular as séries de inadimplência no espaço de tempo considerado. Para as quatro modalidades de crédito usadas e dentro do intervalo de tempo disponível, a rede apresentou resultados mais expressivos que o seu *concorrente*. Por meio dos gráficos construídos, foi possível visualizar o grau de ajuste bastante satisfatório do modelo gerado pela rede, reforçando ainda mais a conclusão.

Assim sendo, salientando mais uma vez, essas considerações indicam uma ratificação da adequabilidade das redes neurais na modelagem do comportamento dos saldos em atraso como função de variáveis macroeconômicas. Ademais, aconselha-se empregar as redes neurais não como método único e substituto de todos os outros, mas, certamente, como complementar a eles.

E, finalmente, para aprimoramentos futuros desse tipo de utilização de redes neurais, sugere-se: utilização de um índice composto de PIMPF e PMC em substituição à produção industrial; utilização

de testes KPSS e de Phillips Perron para análise da estabilidade; estimação *out-of-sample* para comparação dos modelos; e aplicações do modelo a outras bases de dados.

## Referências

BACEN – BANCO CENTRAL DO BRASIL. *Relatório de economia bancária e crédito: avaliação de 4 anos do projeto juros e spread* bancário. Brasília: BCB, dez. 2003. Disponível em: <[http://www.bcb.gov.br/ftp/rel\\_economia\\_bancaria\\_credito.pdf](http://www.bcb.gov.br/ftp/rel_economia_bancaria_credito.pdf)>. Acesso em: 23 de março de 2009.

———. *Resolução 2.682*, de 1999. Dispõe sobre critérios de classificação das operações de crédito e regras para constituição de provisões para créditos de liquidação duvidosa. Disponível em: <[http://www.certel-ne.com.br/arquivos/resolucao\\_2682.pdf](http://www.certel-ne.com.br/arquivos/resolucao_2682.pdf)>. Acesso em: 30 de março de 2009.

———. *Resolução 2.099*, de 1994. Aprova regulamentos que dispõem sobre as condições relativamente ao acesso ao Sistema Financeiro Nacional, aos valores mínimos de capital e patrimônio líquido ajustado, à instalação de dependências e à obrigatoriedade da manutenção de patrimônio líquido ajustado em valor compatível com o grau de risco das operações ativas das instituições financeiras e demais instituições autorizadas a funcionar pelo Bacen. Alterado pela Resolução 2262/96 e alterado pela Resolução 2283/96. Disponível em: <<http://www.societario.com.br/leis/cmn2099.php>>. Acesso em: 31 de março de 2009.

BARRETO, Jorge M. *Introdução às redes neurais artificiais*. Florianópolis: Laboratório de Conexionismo e Ciências Cognitivas, UFSC, Departamento de Informática e de Estatística, 2002.

BESSIS, Joel. *Risk management in banking*. Chichester: John Wiley & Sons, 1998.

BOECHAT, Dalton; BERTOLOSSI, Flávio Motta. *Basileia II – Uma avaliação do impacto das novas regras nas regulações vigentes e captações externas*. Disponível em: <[http://www.andima.com.br/publicacoes/arqs/2001\\_basileia.pdf](http://www.andima.com.br/publicacoes/arqs/2001_basileia.pdf)>. Acesso em: 12 de abril de 2009.

CARVALHO, A. P. L. F.; BRAGA, A., LUDERMIR, T. *Fundamentos de redes neurais*. Publicação da COPPE/UFRJ para a XI Escola de Computação Brasileira, Rio de Janeiro, 1998.

CHIANG, Alpha C. *Matemática para economistas*. 2ª ed. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1982.

CHU, V. Y. T. Principais fatores macroeconômicos da inadimplência bancária no Brasil. *Relatório de economia bancária e crédito: avaliação de 2 anos do projeto juros e spread bancário*. Brasília: BCB, p. 41-45, nov. 2001.

COSTA, Ana Carla Abrão. *Mercado de crédito: uma análise econométrica dos volumes de crédito total e habitacional no Brasil*. Trabalhos para Discussão, n. 87, Banco Central do Brasil, 2004.

GONÇALVES, Cláudio Freitas. *Reflexos das flutuações macroeconômicas para a qualidade do crédito concedido a pessoas jurídicas: estudo de generalização de redes neurais*. Recife: Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), Programa de Pós-Graduação em Economia, 2002.

GUJARATI, Damodar. *Basic econometrics*. 4ª ed. Nova York: McGraw Hill, 2002.

HAYKIN, Simon. *Neural networks: a comprehensive foundation*. Nova York: Macmillan College Publishing, 1994.

HECHT-NIELSEN, R. *Neurocomputing*. Nova York: Addison-Wesley Publishing Company, 1989.

IPEA – INSTITUTO DE PESQUISA ECONÔMICA APLICADA. *Transformações na indústria bancária brasileira e o cenário de crise*. Comunicado da Presidência, n. 20. Brasília: IPEA, abr. 2009.

KAASTRA, Iebeling; BOYD, Milton. Designing a neural network for forecasting financial and economic time series. *Neurocomputing*, v. 10, n. 3, jan. 1996.

KANITZ, Stephen C. *Indicadores contábeis e financeiros de previsão de insolvência: a experiência na pequena e média empresa brasileira*. São Paulo: Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, USP, 1976 (Tese de Livre Docência).

KOVÁCS, Zsolt László. *O cérebro e sua mente: uma introdução à neurociência computacional*. São Paulo: Edição Acadêmica, 1999.

KUAN, C. M.; WHITE, H. Artificial neural networks: An econometric perspective. *Econometric Reviews*, 13, 1-91, 1994.

LINARDI, Fernando de Menezes. *Avaliação dos determinantes macroeconômicos da inadimplência bancária no Brasil*. Bacen e Cedeplar/UFGM, 2008.

MATIAS, Alberto B. *Contribuição às técnicas de análise financeira: um modelo de concessão de crédito*. São Paulo: Universidade de São Paulo, Departamento de Administração da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, 1978.

NETO, Alexandre Assaf. *Mercado financeiro*. 7ª ed. São Paulo: Atlas, 2007.

NETO, Alexandre Assaf; BRITO, Giovani Antônio Silva. *Modelo de classificação de risco de crédito de grandes empresas*, 2005. Disponível em: <<http://www.congressosp.fipecafi.org/artigos52005/383.pdf>>. Acesso em: 13 de março de 2009.

OSÓRIO, Fernando S. *INSS: A hybrid system for constructive machine learning*. *Neurocomputing*, n. 28 (1999), 191-205. Elsevier Press, 1999.

SCHIRICKEL, Wolfgang Kurt. *Demonstrações financeiras*. São Paulo: Atlas, 1997.



SOUZA, Gustavo José de Guimarães; FEIJÓ, Carmem Aparecida do Valle Costa. *O processo interativo entre a dinâmica macroeconômica e os bancos: uma perspectiva acerca do risco de crédito além do spread*, 2007. Disponível em: <<http://www.anpec.org.br/encontro2007/artigos/A07A099.pdf>>. Acesso em: 5 de março de 2009.

TETT, Gillian. *Banker says crisis revealed Basel II flaws*. Disponível em: <[http://www.ft.com/cms/s/0/f1eef8ca-14ee-11de-8cd1-0000779fd2ac.html?ncklick\\_check=1](http://www.ft.com/cms/s/0/f1eef8ca-14ee-11de-8cd1-0000779fd2ac.html?ncklick_check=1)>. Acesso em: 20 de abril de 2009.

TUBB, N. R. A development path to success in neural computing. *Expert Systems Applications*, v. 9, n. 5, p. 5-9, 1993.

VARIAN, Hal R. *Microeconomia: princípios básicos*. Tradução da 5ª edição americana. Rio de Janeiro: Campus, 2003.

WHITE, H. *Artifitial neural networks: approximation and learning theory*. Oxford: Blackwell, 1992.

WORLD BANK. *Inequality in Latin America and the Caribbean: breaking with history?* Washington: The World Bank, 2003.